

Strömungsmechanik

Übungsblatt 7

06.06.2001

Die folgenden Aufgaben illustrieren das *d'Alembert'sche Paradox* in drei Raumdimensionen.

Es sei $B \subset \mathbb{R}^3$ die Einheitskugel, B_R die Kugel mit Radius $R \geq 1$ um den Ursprung, \mathbf{U} eine vorgegebene Geschwindigkeit im Unendlichen, $r = |\mathbf{x}|$, und $\mathbf{n} = -\mathbf{x}/r$ das äußere Einheitsnormalenfeld auf B .

1. Zeige, dass $\mathbf{u} = \nabla\phi$ mit

$$\phi = -\frac{1}{2r^2} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} + \mathbf{x} \cdot \mathbf{U}$$

einen Potenzialfluss im Außenraum von B definiert.

2. Begründe, dass die Kraft, die auf B wirkt, durch

$$\mathcal{F} = - \int_{\partial B_R} (\mathbf{u}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) + p\mathbf{n}) \, dA$$

gegeben ist.

Hinweis: Es gilt offensichtlich, dass

$$\mathcal{F} = - \int_{\partial B} p\mathbf{n} \, dA.$$

Wie sieht die Kraftbilanz für das "Testvolumen" $B_R \setminus B$ aus?

3. Folgere schließlich, dass $\mathcal{F} = 0$.