

Strömungsmechanik

Übungsblatt 11

04.07.2001

1. Führe die Grenzschichtskalierung und den formalen Limes großer Reynoldszahl wie in der Vorlesung für die zweidimensionale Navier–Stokes Gleichung in der Wirbelstärkenformulierung durch:

$$\begin{aligned}\partial_t \omega + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega &= \frac{1}{R} \Delta \omega, \\ \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0, \\ \nabla^\perp \cdot \mathbf{u} &= \omega, \\ \mathbf{u}(x, 0, t) &= 0.\end{aligned}$$

2. Die Eulergleichungen in einem um die z -Achse rotierenden Bezugssystem lassen sich schreiben

$$\begin{aligned}\partial_t \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + w \partial_z \mathbf{u} + f \mathbf{u}^\perp + \nabla p &= 0, \\ \partial_t w + \mathbf{u} \cdot \nabla w + w \partial_z w + \partial_z p &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{u} + \partial_z w &= 0.\end{aligned}$$

Dabei sind die beiden horizontalen Komponenten des Geschwindigkeitsfeldes durch $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, z, t)$ und die vertikale Komponente durch $w = w(\mathbf{x}, z, t)$ beschrieben. Die horizontalen Ortskoordinaten sind mit \mathbf{x} und die vertikale mit z bezeichnet; f ist der konstante sogenannte Coriolisparameter, und ist proportional zur Winkelgeschwindigkeit der Rotation des Bezugssystems.

Bringe dieses System in dimensionslose Form, wobei eine typische vertikale Länge H durchaus kleiner als eine typische horizontale Länge L sein kann:

$$\delta = \frac{H}{L} \ll 1.$$

Wie lauten die Gleichungen im (formalen) Grenzfall $\delta \rightarrow 0$?