

Elemente der Variationsrechnung

Übungsblatt 5

29.05.2002

1. Führe den Beweis des Satzes auf Seite 70 im Fischer/Kaul im Detail aus. Erkläre dabei auch die Bemerkung “Das System der Jacobi–Gleichungen stellt die Linearisierung des Systems der Euler–Gleichungen dar.”
2. Vervollständige die Rechnung im Abschnitt 4.5 (Seiten 100/101), insbesondere die mit ÜA gekennzeichneten Stellen. (Dabei soll nur auf die hinreichende Bedingung für die Existenz schwacher Mimima, nicht auf die für starke Minima, Bezug genommen werden.)
3. Gegeben sei das Variationsintegral

$$\mathcal{F}(u) = \int_2^3 u^2 (1 - u')^2 dx$$

mit Randbedingungen $u(2) = 1$, $u(3) = \sqrt{3}$.

- (a) Zeige, dass durch

$$u^2 - \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

eine Extremale definiert ist (siehe erste Übungsgruppenstunde).

- (b) Ist die hinreichende Bedingung für die Existenz eines lokalen schwachen Minimums erfüllt?

Abgabe: Am 5.6. bis 10:00 Uhr ins Postfach *Oliver*, 3. Stock, C-Gebäude.