

# Elemente der Variationsrechnung

## Übungsblatt 2

30.04.2002

1. Gegeben sei ein Variationsintegral der Form

$$\mathcal{F}(u) = \int_{\alpha}^{\beta} F(u(x), u'(x)) dx. \quad (*)$$

(a) Nehmen Sie an, die Lösung des Variationsproblems  $\delta\mathcal{F}(u) = 0$  sei eine invertierbare  $C^2$  Funktion; die Inverse von  $y = u(x)$  sei mit  $x = v(y)$  bezeichnet. Zeigen Sie, dass das Variationsproblem äquivalent ist zu  $\delta\mathcal{G}(v) = 0$  mit

$$\mathcal{G}(v) = \int_a^b G(y, v'(y)) dy \quad (**)$$

und

$$G(y, v'(y)) = F\left(y, \frac{1}{v'(y)}\right) v'(y).$$

Wie sind  $a$  und  $b$  bestimmt?

(b) Leiten Sie aus der (bekannten) Formel für das erste Integral von (\*\*) die (ebenfalls bekannte, aber weniger offensichtliche) Formel für das erste Integral von (\*) her.

2. Fischer/Kaul, Seiten 36 und 37: Vervollständigen Sie die drei in der Herleitung der Kettenlinie mit "ÜA" gekennzeichneten Lücken.

Abgabe: Am 7.5. in der Vorlesung.