

# Mathematik für Bioinformatiker III (Numerik)

## Übungsblatt 6

21.11.2001

Dieses Übungsblatt befasst sich mit *eingespannten Splines* auf äquidistanten Stützstellen  $x_i = i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Die Splinefunktion auf dem  $i$ -ten Teilintervall sei, wie in der Vorlesung, bezeichnet mit

$$s_i(x) = a_i(x - x_i)^3 + b_i(x - x_i)^2 + c_i(x - x_i) + d_i.$$

Weiterhin seien Funktionswert, erste, und zweite Ableitung des Splines an der  $i$ -ten Stützstelle mit  $y_i$ ,  $y'_i$  und  $y''_i$  bezeichnet.

1. Zeigen Sie, analog zum Vorgehen in der Vorlesung, dass

$$\begin{aligned} a_i &= 2(y_{i-1} - y_i) + y'_i + y'_{i-1}, \\ b_i &= 3(y_{i-1} - y_i) + 2y'_i + y'_{i-1}, \\ c_i &= y'_i, \\ d_i &= y_i. \end{aligned}$$

2. Schließen Sie daraus, dass die Ableitungen an den Stützstellen des eingespannten Splines folgendes lineares Gleichungssystem lösen:

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & & & \cdots & 0 \\ 1 & 4 & 1 & & & \vdots \\ & 1 & 4 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ \vdots & & & 1 & 4 & 1 \\ 0 & \cdots & & & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ y'_3 \\ \vdots \\ y'_{n-2} \\ y'_{n-1} \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} y_2 - y_0 \\ y_3 - y_1 \\ y_4 - y_2 \\ \vdots \\ y_{n-1} - y_{n-3} \\ y_n - y_{n-2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} y'_0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ y'_n \end{pmatrix}.$$

3. **Programmieraufgabe:** Lösen Sie das Gleichungssystem und plotten Sie den berechneten Spline mit  $n = 10$ ,  $y_i = 0$  für alle  $i = 0, \dots, 10$ ,  $y'_{10} = 0$  und  $y'_0 = a$ . Beschreiben Sie, was Sie für verschiedene Werte von  $a$  sehen.

**Abgabe:** Montag, 26.11.2001, um 12:30 für alle Übungsgruppen ins Postfach *Oliver* des Mathematischen Instituts, 3. Stock, C-Gebäude.

**Hinweis:** Bitte notieren sie rechts oben auf Ihrer Lösung, an welchem *Wochentag* und in welchem *Raum* Sie an der Übungsgruppe teilnehmen.