

Mathematik für Bioinformatiker III (Numerik)

Probeklausur

12.12.01

1. Betrachten Sie die Auswertung der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ an den Stellen $x = 0$ und $x = 1$. Ist das Problem jeweils gut oder schlecht konditioniert?

Ihre Antwort sollte auch eine Abschätzung der Konditionszahl an den beiden Stellen enthalten.

(4 Punkte)

2. Sie müssen ein lineares Gleichungssystem lösen, dessen Matrix nur auf der Diagonalen und auf der Gegendiagonalen von 0 verschieden ist:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & & & 0 & b_1 \\ 0 & a_2 & \ddots & \ddots & b_2 & 0 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & b_{n-1} & \ddots & \ddots & a_{n-1} & 0 \\ b_n & 0 & & & 0 & a_n \end{pmatrix}$$

Weiterhin seien die a_i betragsmäßig größer als jedes der b_i . (Natürlich mit Gleichheit, falls sich die beiden Diagonalen schneiden.) Die Anzahl der Variablen ist sehr groß, etwa $n = 10^7$. Würden Sie hier Gaußelimination mit/ohne Pivotierung oder einen iterativen Löser einsetzen? Begründen Sie Ihre Antwort.

(4 Punkte)

3. Sei $p(x)$ das (Lagrange-)Interpolationspolynom der Funktion $f(x)$ mit Stützstellen $x_0 = 0$, $x_1 = h$ und $x_2 = 2h$. Die Funktionswerte an den Stützstellen seien mit $y_i = f(x_i)$ bezeichnet.

Zeigen Sie, indem Sie p integrieren, dass folgende Näherungsformel gilt:

$$\int_0^{2h} f(x) dx \approx \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2).$$

(4 Punkte)