Wissenschaftliches Rechnen – Übungsaufgaben

Sommersemester 2025

28.04.2025

1. Zeigen Sie, dass sich die „Fredholm Alternative“ in der (endlichdimensionalen) linearen Algebra auch folgendermaßen formulieren lässt:

   Sei $A\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ ein linerer Operator und $b \in \mathbb{R}^m$. Dann gilt $b \in \operatorname{Im} A$ genau dann wenn $b \perp \operatorname{Ker} A^T$.

2. Sei L_k die Frobeniusmatrix

$$L_k = \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & -l_{k+1,k} & 1 & & \\ & & \vdots & & \ddots & \\ & & -l_{n,k} & & & 1 \end{pmatrix}.$$

   Zeigen Sie:

   (a) L_k^{-1} hat die gleichen Einträge wie L_k, wobei sich das Vorzeichen der Nichtdiagonalelemente umkehrt.

   (b) $L_1^{-1} \dots L_{n-1}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ l_{21} & 1 & & & \\ l_{31} & l_{32} & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \\ l_{n1} & \cdots & \cdots & l_{n,n-1} & 1 \end{pmatrix}$

3. Deuflhard/Hohmann Aufgabe 1.1

4. Deuflhard/Hohmann Aufgabe 1.2

5. Deuflhard/Hohmann Aufgabe 1.3