

Quantitative Methoden

Probeklausur

11.07.2022

1. Betrachten Sie die allgemeine lineare Differenzgleichung erster Ordnung,

$$y_{n+1} = a y_n + b.$$

(a) Wie lautet die Lösung dieser Differenzgleichung mit Anfangswert y_0 ?

Hinweis: Die geometrische Summenformel lautet, für $q \neq 1$,

$$q^0 + q^1 + \dots + q^n = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}.$$

(b) Unter welchen Voraussetzungen ist die Lösung unbeschränkt für $n \rightarrow \infty$?

(c) Unter welchen Voraussetzungen konvergiert die Lösung für $n \rightarrow \infty$?

(d) Wenn $y_n \rightarrow y_*$ für $n \rightarrow \infty$, wie lautet y_* ?

(5+5+5+5)

2. Lösen Sie die Differentialgleichung

$$y'(t) = \frac{t^2}{y^2(t)},$$
$$y(0) = 1.$$

(10)

3. Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y'' + y' - 2y = e^{-x},$$
$$y(0) = 0,$$
$$y'(0) = 0.$$

(a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung zur *homogenen* Gleichung.

(b) Bestimmen Sie eine spezielle Lösung zur *inhomogenen* Gleichung.

(c) Lösen Sie die Gleichung mit den gegebenen Anfangsdaten.

(d) Wie verhält sich die Lösung wenn $x \rightarrow \infty$?

(5+5+5)

4. Eine Möbelfabrik stellt Stühle und Tische her. Jeder Tisch benötigt 4 Stunden in der Tischlerei und 2 Stunden beim Lackieren. Jeder Stuhl benötigt 3 Stunden in der Tischlerei und 1 Stunde beim Lackieren. In der kommenden Woche stehen 240 Arbeitsstunden in der Tischlerei und 100 Arbeitsstunden in der Lackierei zur Verfügung. Ein Tisch wirft einen Profit von 7 EUR ab, jeder Stuhl einen Profit von 5 EUR.

Wie viele Stühle und Tische sollten in dieser Woche gefertigt werden, so dass der Profit maximal wird? Lösen Sie dieses Problem mit der grafischen Methode. (10)

5. Gegeben ist das Simplex-Tableau:

x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	
2	1	0	1	0	0	10
1	2	-2	0	1	0	20
0	1	2	0	0	1	5
-1	1	-2	0	0	0	0

- (a) Welches lineare Optimierungsproblem wird mit diesem Tableau gelöst? (Die Variablen s_1 , s_2 und s_3 sind Schlupfvariablen und sollten in der Antwort nicht mehr vorkommen.)
- (b) Lösen Sie dieses Optimierungsproblem mit der Simplexmethode.
- (c) Formulieren Sie das duale Problem.
- (d) Anhand ihrer Lösung zu (b) können Sie ablesen, welcher Schattenpreis 0 betragen muss, und welche duale Schlupfvariable für das duale Problem Basisvariable ist. Erklären Sie.

(5+10+5+5)